**Guía de trabajo autónomo**  

El **trabajo autónomo** es la capacidad de realizar tareas por nosotros mismos, sin necesidad de que nuestros/as docentes estén presentes.

|  |
| --- |
| Centro Educativo:  Educador/a: Adolfo Alejandro Monge Zamora  Nivel: DUODÉCIMO AÑO. COLEGIOS TÉCNICOS  Asignatura: MATEMÁTICA  Revisado y modificado por: William Prado Durán, Asesor Nacional de Matemática |

****

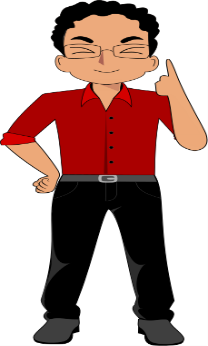
1. **Me preparo para hacer la guía**

Pautas que debo verificar **antes de iniciar** mi trabajo.

|  |  |
| --- | --- |
| Materiales o recursos que voy a necesitar | **Cuaderno, borrador, lápiz o lápices de color, tajador, lapiceros de color** |
| Condiciones que debe tener el lugar donde voy a trabajar | **El espacio que necesito debe ser: cómodo, agradable, ventilado, sin ruido** |
| Tiempo en que se espera que realice la guía | **3 horas** |

Para el apartado siguiente, vamos a abordar los temas:

1. Función Exponencial
2. Características de la Función Exponencial



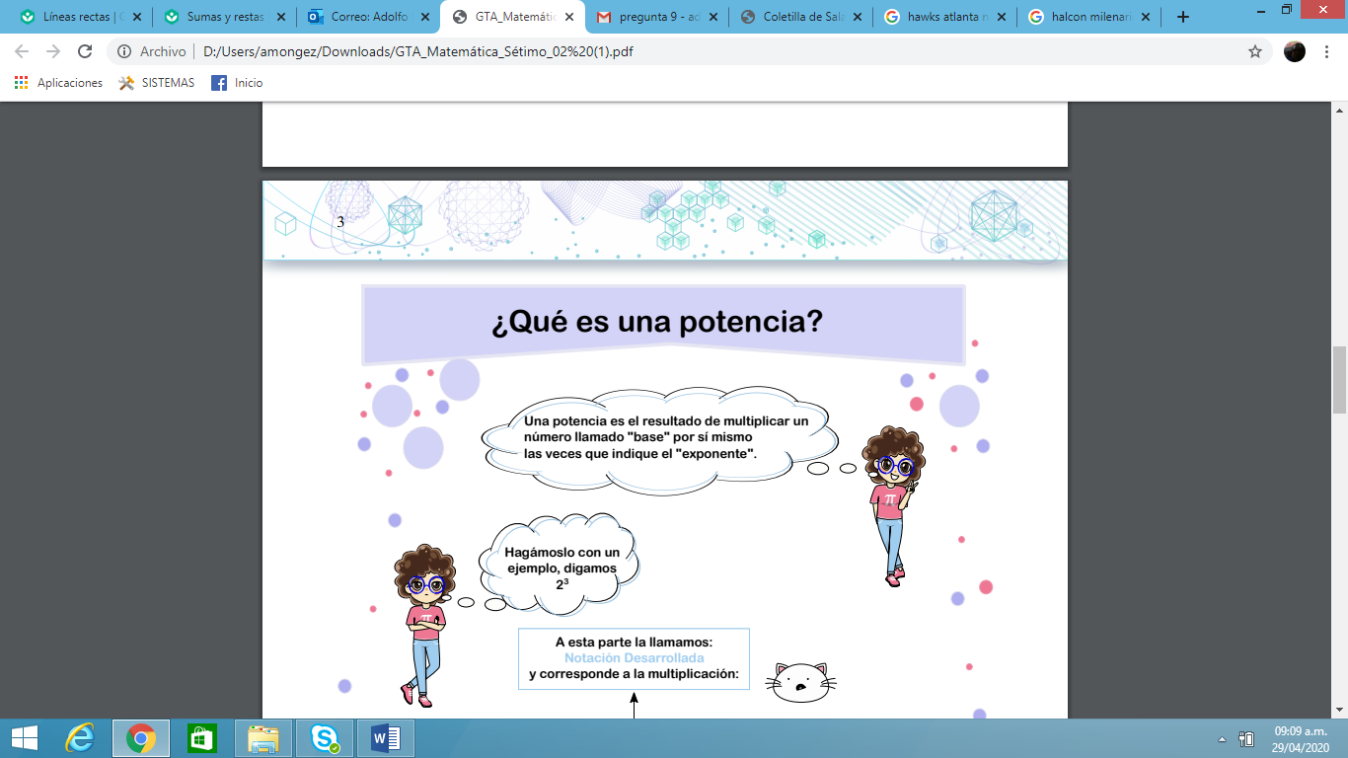
******

1. **Voy a recordar lo aprendido en clase.**

**Antes de iniciar la guía, es importante que revises en tus notas de la clase algunos apuntes trabajados con tu profesor o profesora como los siguientes:**

**¿Te acuerdas qué es una función exponencial?**

**¿Te acuerdas las características que tiene una función exponencial?**



**En caso de que tus respuestas sean negativas, procedemos a lo siguiente:**

**“Una función exponencial, es aquella cuya variable independiente es un exponente”**

**Las siguientes funciones:**

**Sí son funciones exponenciales ya que su exponente es una variable**

**Las siguientes funciones:**

**No son funciones exponenciales, ya que su exponente es un número entero y no una variable. La “f” es una función lineal y la “g” es una función cuadrática.**

**Es importante recalcar además, que para calcular la imagen en una función; tomamos el criterio o fórmula, sustituimos el valor de la preimágen indicada y realizamos la operación correspondiente**

**Así, por ejemplo si nuestra función exponencial es:**

**Y queremos calcular las imágenes de 2 y 3, sustituimos esos números en la variable y calculamos:**

**Entonces tenemos que:**

**lo que representa el par ordenado (2,9)**

**Con x=2 como preimágen, y=9 como imagen y en la tabla:**

|  |  |
| --- | --- |
| x | 2 |
| y | 9 |

**Además:**

**lo que representa el par ordenado (3,27)**

**Con x=3 como preimágen, y=27 como imagen y en la tabla:**

|  |  |
| --- | --- |
| x | 3 |
| y | 27 |

**Criterio de la función exponencial**

**“a” se llama base,**



**En las funciones:**

**I. II.**

**Los números y 6 reciben el nombre de base y es importante identificarla, ya que nos permitirá conocer la monotonía de la función.**

Vamos a repasar las características de la función exponencial

1. **El dominio es una función exponencial es R (números reales). Esto significa que está definida para cualquier número real y va a tener su correspondiente imagen.**

**Gráficamente significa que su representación en el plano cartesiano la vamos a encontrar en el I y II Cuadrante.**

**2. Monotonía**

**Depende del valor de la base.**

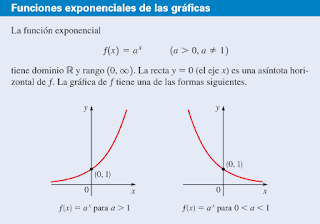
**Ella indicará si la función es esctrictamente creciente o estrictamente decreciente**

**Caso 1: a>1**

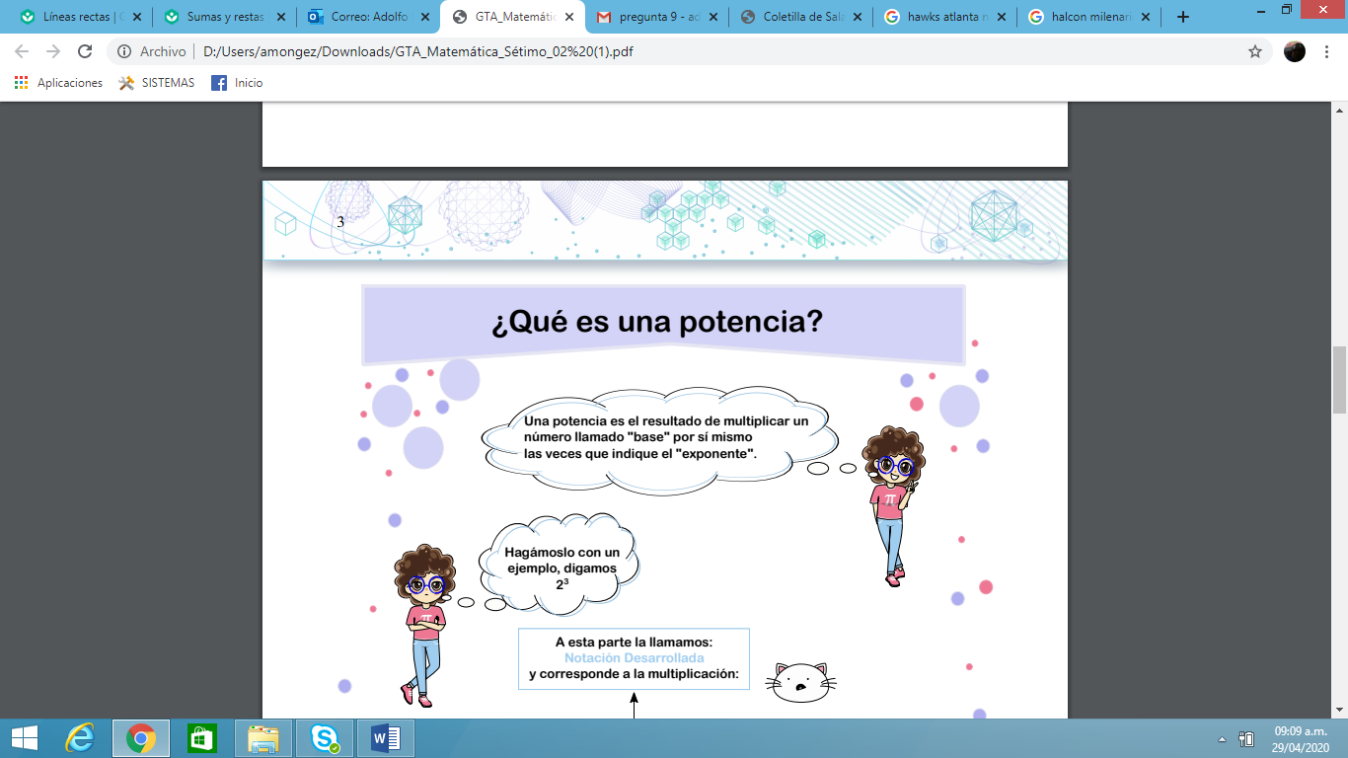
**Caso 2: 0<a<1**

**Siendo “a” la base.**

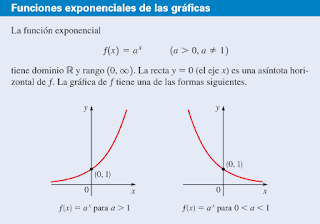
**Caso 1: a >1**



es estrictamente creciente



**Caso 2: 0 < a <1**



es estrictamente creciente

**Las siguientes, también son características de la función exponencial**

**3. El codominio es**

**Eso significa que cualquier imagen que se obtenga, será siempre un número positivo. En las gráficas mostradas anteriormente las imágenes utilizadas se encuentran sólo en el eje “y” positivo.**

**4. La intersección con el eje “y”**

**Corresponde al par ordenado (0,1), ya que en toda función exponencial de la forma se cumple que:**

**para**

**Lo cual indica que al calcular en cualquier función exponencial la imagen del número “cero”, será “uno”.**

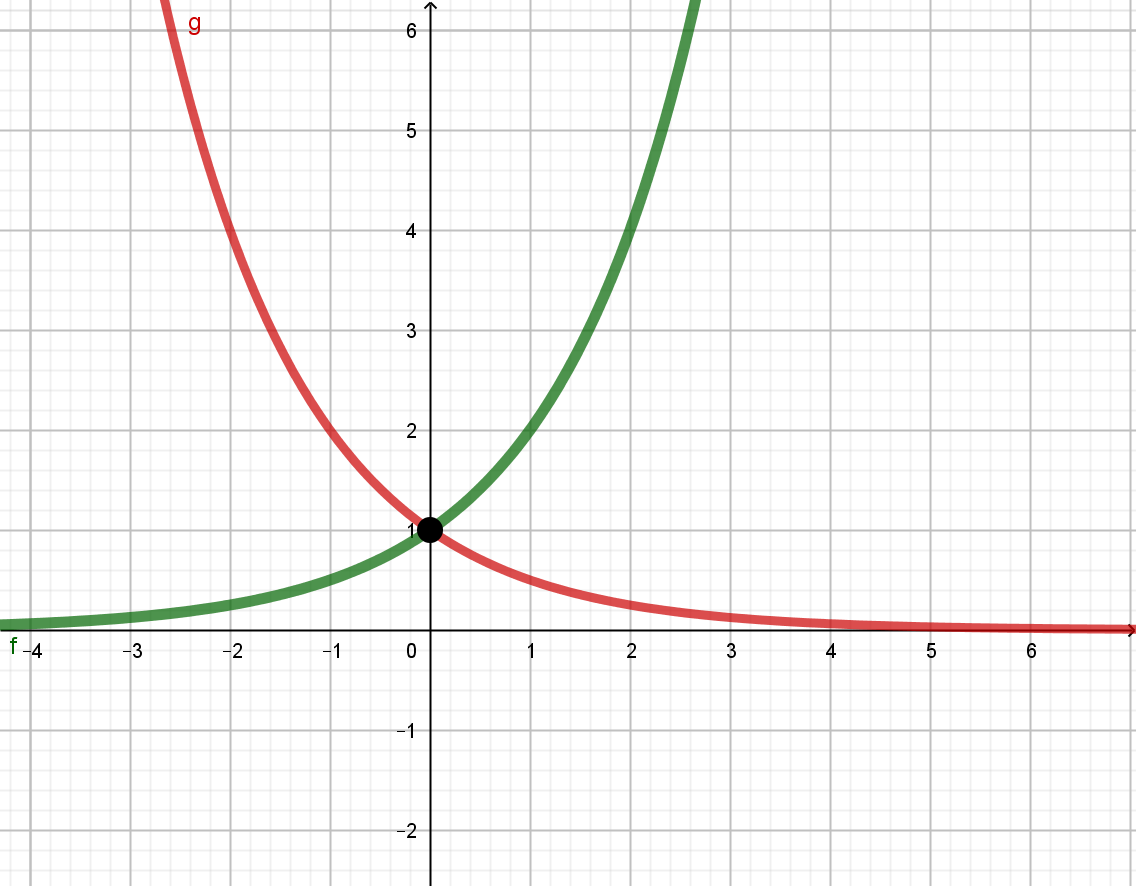


**El par ordenado (0,1) es común en todas las funciones exponenciales de la forma , y es la intersección con el eje “Y” (ordenadas).**

**Por ejemplo, en las funciones toman el mismo valor en “y”:**

,

\*,



(0,1)

f(x)

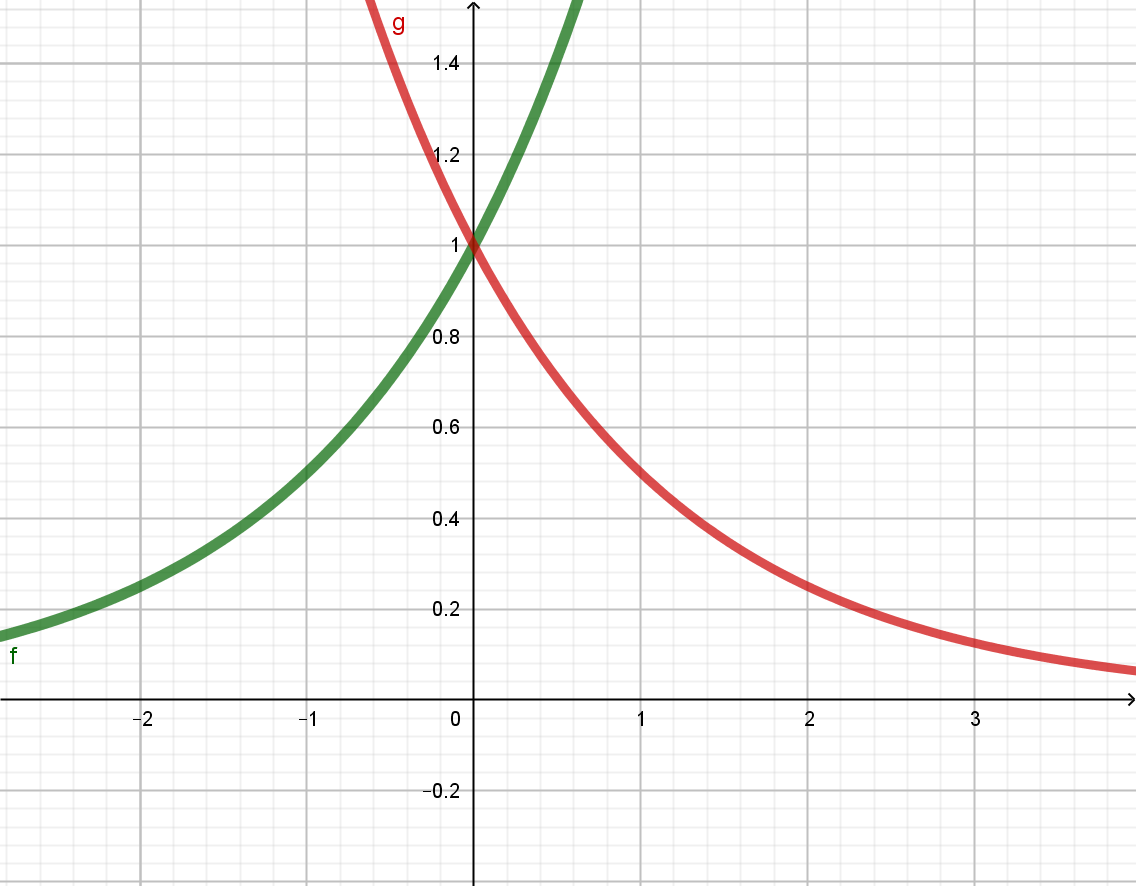
g(x)

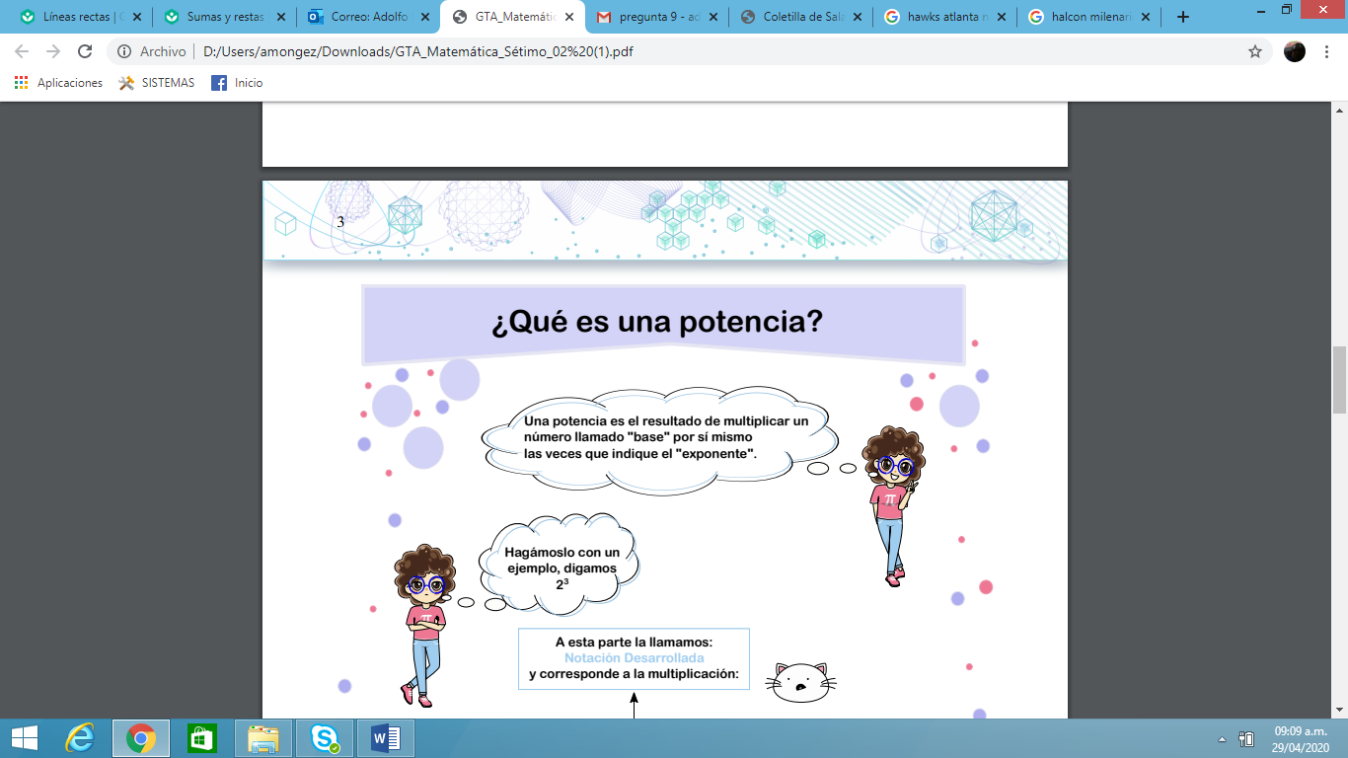
Asintótica es lo mismo que asíntota

**5. Es asíntota al eje “x”**

**Eso significa que una función de la forma NUNCA va a intersecar al eje “x”.**

**A medida que los elementos del dominio de la función se extienden infinitamente (positivo, si es decreciente o negativo, si es creciente) la gráfica se aproxima al eje “x”, pero nunca lo va a llegar a tocar o intersecar.**



****

**No existe ningún elemento del dominio IR de la función que cumpla con hallar una imagen que sea .**

**Matemáticamente podemos decir:**

**Las gráficas, se aproximan y se acercan cada vez más al eje “x” pero no llegan a intersecarlo**

****

1. **Pongo en práctica lo aprendido en clase**

**EJERCICIO 1: ¿Cuáles de las siguientes expresiones corresponden a Funciones Exponenciales?**

**Marca con aquellas que sí lo sean y justifica porqué sí son funciones exponenciales o porqué no.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **FUNCIÓN** |  | **JUSTIFICACIÓN** |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

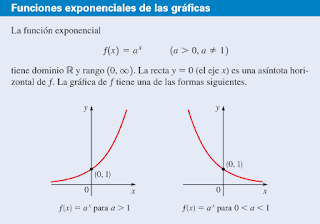
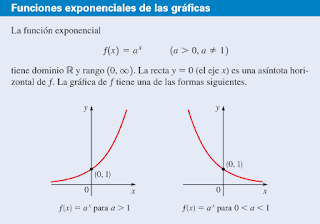


**EJERCICIO 2: Identifique el valor de la base de cada una de las siguientes funciones exponenciales y además indique su monotonía diciendo si la función es creciente o decreciente.**

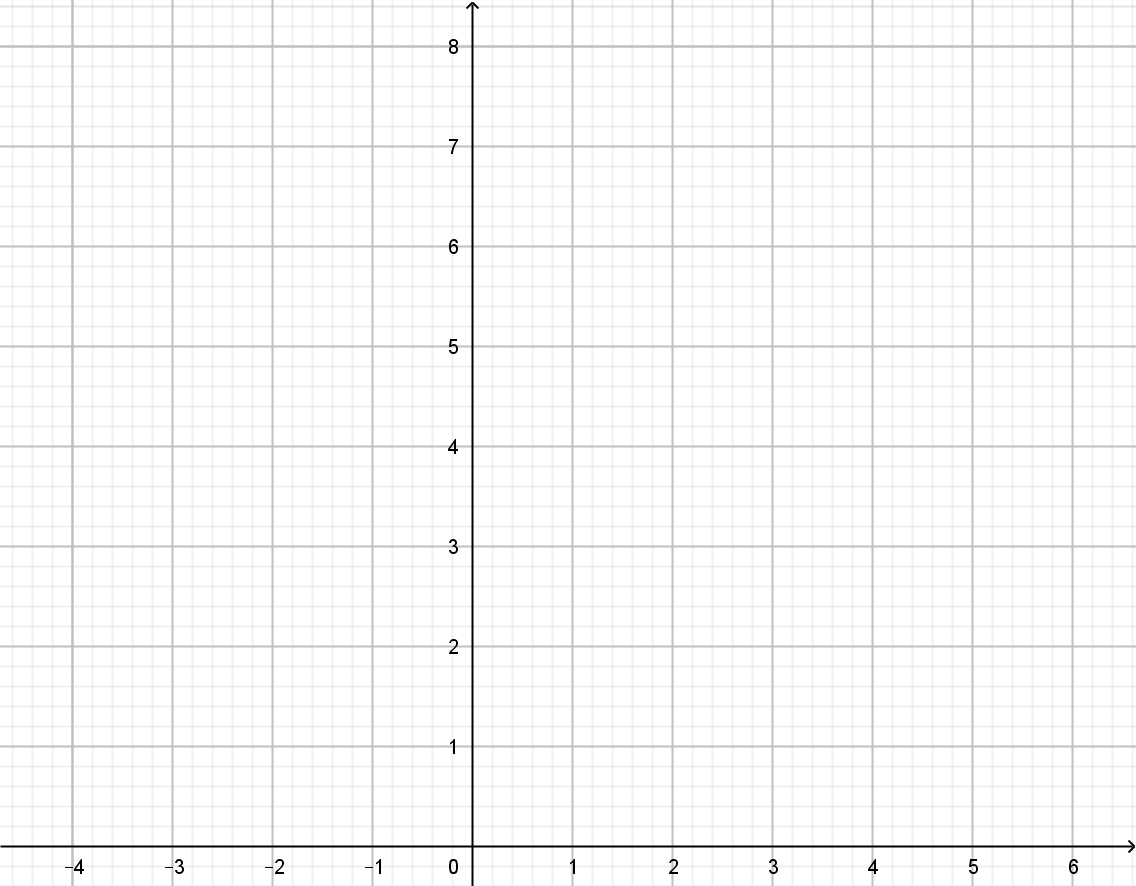
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **FUNCIÓN** | **BASE** | **MONOTONÍA** |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

**EJERCICIO 3: Relacione los criterios o fórmulas de las siguientes funciones exponenciales de acuerdo a su monotonía (creciente o decreciente). Guíese por el ejemplo.**

es creciente



**EJERCICIO 4: Grafique las siguientes funciones exponenciales calculando las imágenes respectivas y completando la tabla de calores**



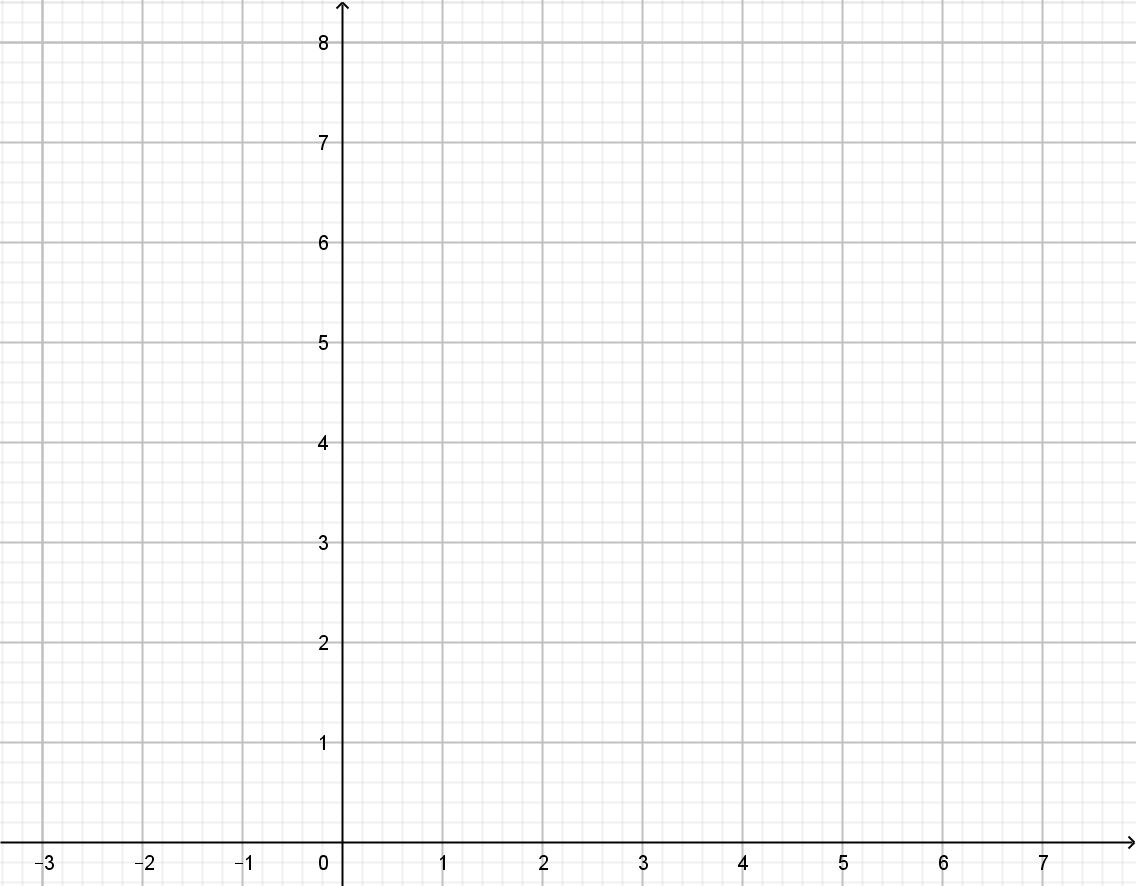
**Criterio de la función:**

**Cálculo de imágenes:**

|  |  |
| --- | --- |
| **f(-2) =** |  |
| **f(-1) =** |  |
| **f(0) =** |  |
| **f(1) =** |  |
| **f(2) =** |  |
| **f(3) =** |  |

**Tabla de valores**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **-2** | **-1** | **0** | **1** | **2** | **3** |
| **y** |  |  |  |  |  |  |



**Criterio de la función:**

**Cálculo de imágenes:**

|  |  |
| --- | --- |
| **f(-3) =** |  |
| **f(-2) =** |  |
| **f(-1) =** |  |
| **f(0) =** |  |
| **f(1) =** |  |
| **f(2) =** |  |

**Tabla de valores**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **-2** | **-1** | **0** | **1** | **2** | **3** |
| **y** |  |  |  |  |  |  |

**EJERCICIO 5: Resuelvo el siguiente problema**

**LA MATRIOSKA**

Una Matroiska, es una muñeca hueca que tiene en su interior, una serie de muñecas semejantes a ella. Cada una de las muñecas interiores tiene un volumen de cuatro quintas partes de la anterior. El volumen “*V(m)*”, en de cada muñeca interna está modelado por:

Con “*m*” la cantidad de muñecas interiores. El volumen de la muñeca más grande es 6125 y en este modelo caben 12 muñecas como máximo. Utilice ésta información para resolver los siguientes problemas.

2. ¿Cuál es la diferencia aproximada de volumen entre las muñecas internas 4 y 9?

(a) 1686,72

(b) 1851,13

(c) 2313,92

(d) 2478,33

1. Considere las siguientes proposiciones

1. La muñeca interna número 3 tiene un volumen de 3136 .
2. Existe en el interior de la muñeca mayor, una muñeca con volumen aproximado de 385 .

De ellas, ¿Cuáles son Verdaderas?

(a) Sólo I (b) Sólo II

(c) Ambas (d) Ninguna

3. ¿Cuántas veces es aproximadamente mayor el volumen de la muñeca más grande con respecto a la muñeca interna más pequeña?

,



Imagen tomada de: https://es.wikipedia.org/wiki/Matrioshka#/media/Archivo:Russian-Matroshka\_no\_bg.jpg

**Para ampliar lo estudiado, puedes consultar los siguientes códigos QR o visitar los siguientes enlaces:**



<https://www.youtube.com/watch?v=s7FS9s8I8mw>

<https://www.youtube.com/watch?v=NonKn-kLVPc>



<https://www.youtube.com/watch?v=4U4Xd-bZXG8>

***AUTOEVALUACIÓN***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Con el trabajo autónomo voy a aprender a aprender: Autorregulación** | | |
| Reviso las acciones realizadas **durante** la construcción del trabajo.  Marco una equis (X) encima del símbolo que mejor represente mi respuesta a las siguientes preguntas | | |
| ¿Leí las indicaciones con detenimiento? |  |  |
| ¿Subrayé las palabras que no conocía? |  |  |
| ¿Busqué en el diccionario o consulté con un familiar el significado de las palabras que no conocía? |  |  |
| ¿Me devolví a leer las indicaciones cuando no comprendí qué hacer? |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Con el trabajo autónomo voy a aprender a aprender: Evaluación** | | |
| Valoro lo realizado al terminar por completo el trabajo.  Marco una equis (X) encima del símbolo que mejor represente mi respuesta a las siguientes preguntas | |  |
| ¿Leí mi trabajo para saber si es comprensible lo escrito o realizado? |  |  |
| ¿Revisé mi trabajo para asegurarme si todo lo solicitado fue realizado? |  |  |
| ¿Me siento satisfecho con el trabajo que realicé? |  |  |
| Explico  ¿Qué puedo mejorar la próxima vez que realice la guía de trabajo autónomo?  *¿*Cómo puedo mejorar? | |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **“Autoevalúo mi nivel de desempeño”**  **Al terminar** por completo el trabajo, autoevalúo el nivel de desempeño alcanzado. | | | |
| Marco una equis (X) encima del nivel que mejor represente mi desempeño en cada indicador. | | | |
| **Indicadores del aprendizaje esperado** | **Niveles de desempeño** | | |
| **Inicial** | **Intermedio** | **Avanzado** |
| Describo las características de una función exponencial representada de manera gráfica, verbal o algebraica. | Menciono características generales que tiene una función exponencial según sea su base. | Resalto características específicas de una función exponencial representada de manera gráfica, verbal o algebraica. | Puntualizo aspectos significativos acerca de las características de una función exponencial representada de manera gráfica, verbal o algebraica. |
| Examino los factores que presenta una situación determinada, que lo caracterizan como un modelo de función exponencial. | Relato generalidades de un fenómeno o situación determinada, que lo caracterizan como un modelo de función exponencial. | Emito criterios específicos acerca de las características de un fenómeno o situación determinada, que lo clasifican como un modelo de función exponencial. | Detallo aspectos relevantes de las características de un fenómeno o situación determinada, que lo clasifican como un modelo de función. |

**RESPUESTAS**

**EJERCICIO 1: ¿Cuáles de las siguientes expresiones corresponden a Funciones Exponenciales?**

**Marca con aquellas que sí lo sean y justifica porqué sí son funciones exponenciales o porqué no.**

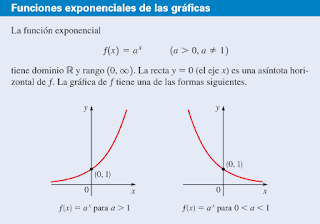
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **FUNCIÓN** |  | **JUSTIFICACIÓN** |
|  |  | **La variable se encuentra en el exponente y la base es mayor a cero y diferente de 1.** |
|  |  | **La variable se encuentra en el exponente y la base es mayor a cero y diferente de 1.** |
|  |  | **La variable NO se encuentra en el exponente. Es una función lineal.** |
|  |  | **La variable NO se encuentra en el exponente. Es una función polinomial de grado 3.** |
|  |  | **La variable se encuentra en el exponente y la base es mayor a cero y diferente de 1.** |
|  | Ilustraciones, imágenes y vectores de stock sobre Check Mark Box ... | **Si se aplica ley de potencias, la función es** . **La variable se encuentra en el exponente y la base es mayor a cero y diferente de 1.** |



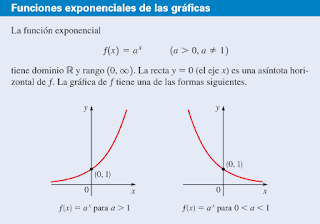
**EJERCICIO 2: Identifique el valor de la base de cada una de las siguientes funciones exponenciales y además indique su monotonía diciendo si la función es estrictamente creciente o estrictamente decreciente**

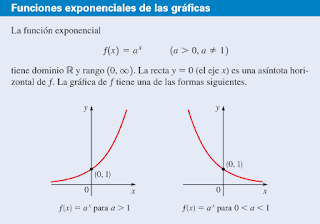
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **FUNCIÓN** | **BASE** | **MONOTONÍA** |
|  |  | **Es creciente ya que la base 1,5 es mayor que 1.** |
|  | **1,1** | **Es creciente, ya que la base 1,1 es mayor que 1.** |
|  |  | **Es decreciente, ya que la base 0,67 es menor que 1.** |
|  | **0,75** | **Es decreciente, ya que la base 0,75 es menor que 1.** |
|  | **3** | **Es creciente, ya que la base 3 es mayor que 1.** |
|  |  | **Es creciente, ya que la base es mayor que 1.** |

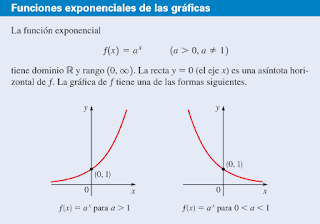
**EJERCICIO 3: Relacione los criterios o fórmulas de las siguientes funciones exponenciales de acuerdo a su monotonía. Guíese por el ejemplo**

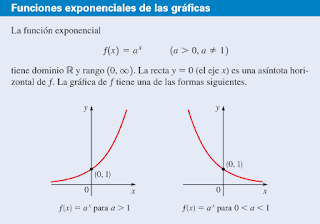
****

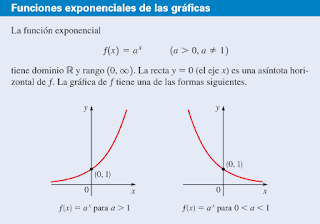
es creciente

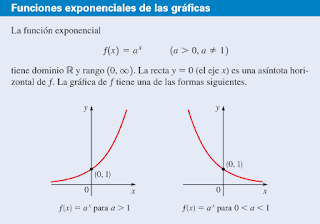
****

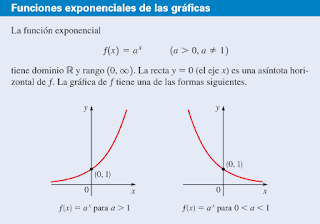
**

**

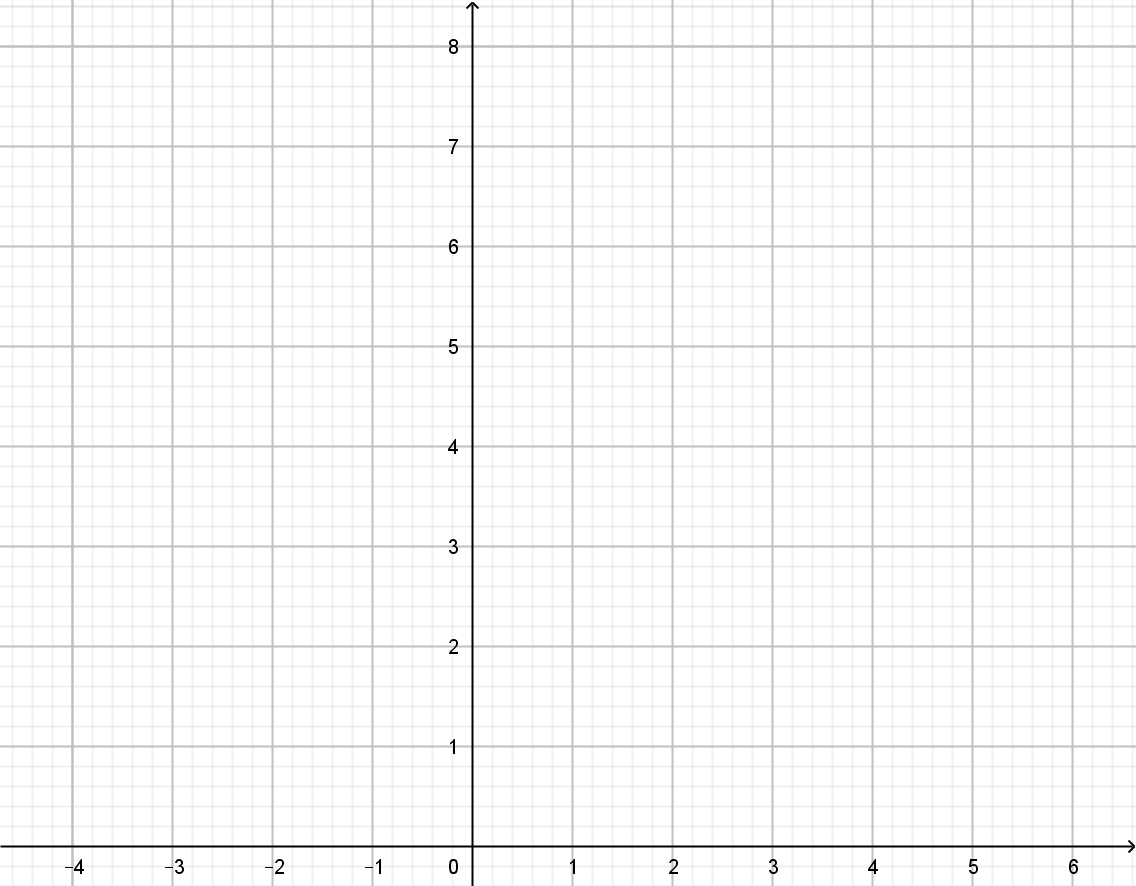
**



****

**

**EJERCICIO 4: Grafique las siguientes funciones exponenciales calculando las imágenes respectivas y completando la tabla de calores**



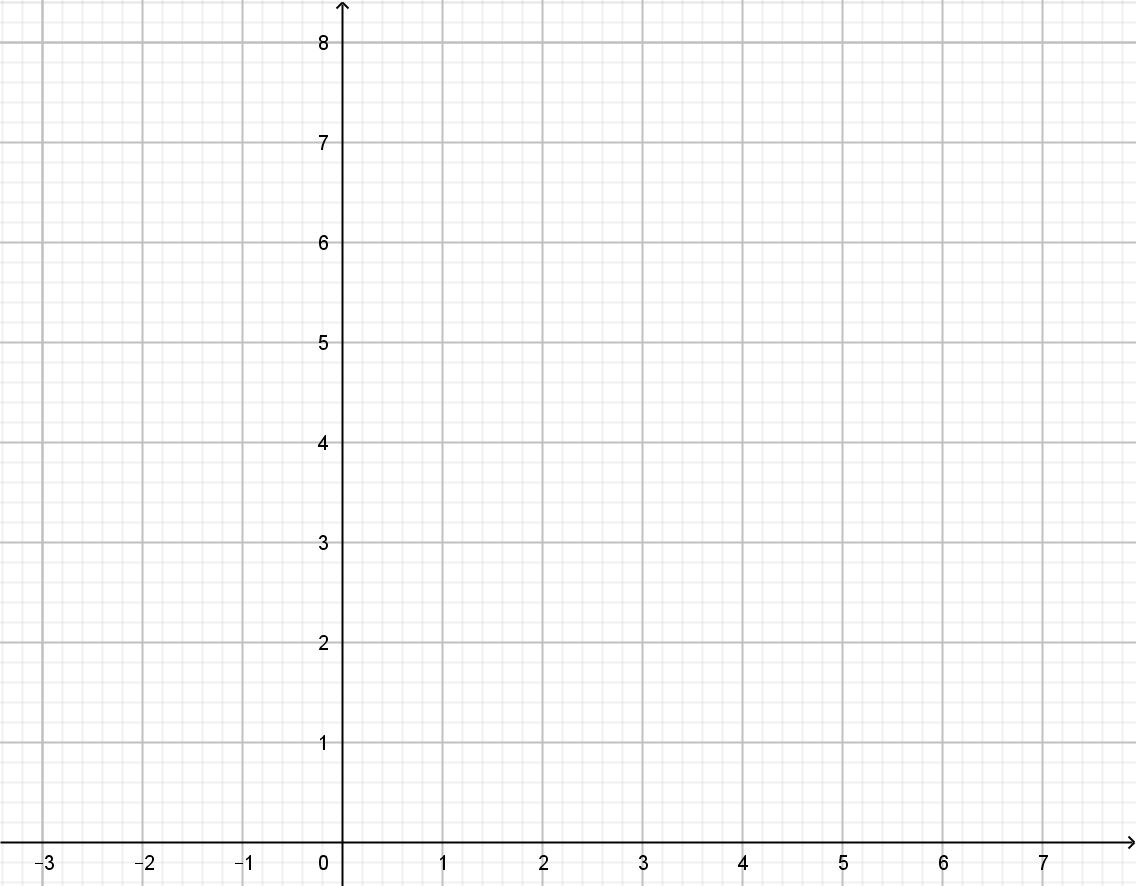
**Criterio de la función:**

**Cálculo de imágenes:**

|  |  |
| --- | --- |
| **f(-2) =** | **1/4** |
| **f(-1) =** | **1/2** |
| **f(0) =** | **1** |
| **f(1) =** | **1** |
| **f(2) =** | **4** |
| **f(3) =** | **8** |

**Tabla de valores**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **-2** | **-1** | **0** | **1** | **2** | **3** |
| **y** | **1/4** | **1/2** | **1** | **2** | **4** | **8** |



**Criterio de la función:**

**Cálculo de imágenes:**

|  |  |
| --- | --- |
| **f(-3) =** | **8** |
| **f(-2) =** | **4** |
| **f(-1) =** | **2** |
| **f(0) =** | **1** |
| **f(1) =** | **1/2** |
| **f(2) =** | **1/4** |

**Tabla de valores**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **-3** | **-2** | **-1** | **0** | **1** | **2** |
| **y** | **8** | **4** | **2** | **1** | **1/2** | **1/4** |

**EJERCICIO 5: Resuelvo el siguiente problema**

**LA MATROISKA**

Una Matroiska, es una muñeca hueca que tiene en su interior, una serie de muñecas semejantes a ella. Cada una de las muñecas interiores tiene un volumen de cuatro quintas partes de la anterior. El volumen “*V(m)*”, en de cada muñeca interna está modelado por:

Con “*m*” la cantidad de muñecas interiores. El volumen de la muñeca más grande es 6125 y en este modelo caben 12 muñecas como máximo. Utilice ésta información para resolver los siguientes problemas.

2. ¿Cuál es la diferencia aproximada de volumen entre las muñecas internas 4 y 9? *2508,8-* *922,08=1586,08*

(a) 1586,72 (b) 1851,13

(c) 2313,92 (d) 2478,33

1. Considere las siguientes proposiciones

1. La muñeca interna número 3 tiene un volumen de 3136 . VERDADERO. v(3)=3136
2. Existe en el interior de la muñeca mayor, una muñeca con volumen aproximado de 385 . FALSO. El volumen mínimo se obtiene de v(12)

De ellas, ¿Cuáles son Verdaderas?

(a) Sólo I (b) Sólo II

(c) Ambas (d) Ninguna

3. ¿Cuántas veces es aproximadamente mayor el volumen de la muñeca más grande con respecto a la muñeca interna más pequeña? 6125/420,9=14,55

1

4

,

5

5

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **m** | **0** | **3** | **4** | **9** | **12** |
| **v(m)** | *6125* | *3136* | *2508,8* | *922,08* | *420,9* |